

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΠΑ.Λ. Α΄ ΟΜΑΔΑΣ

27 ΜΑΪΟΥ 2010

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α.

A1. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γραφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η μέση τιμή δεν επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.

β) Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και είναι $l \in \mathbb{R}$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |l|$.

γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .

δ) Ισχύει ότι: $\int_a^a f(x) dx = a$, για κάθε $a \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 12

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \dots\dots\dots$, με $g(x) \neq 0$.

β) $(\sqrt{x})' = \dots\dots\dots$, με $x > 0$.

γ) $(e^x)' = \dots\dots\dots$

δ) $(\sin x)' = \dots\dots\dots$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Β.

Οι ημέρες απουσίας 50 υπαλλήλων μιας εταιρείας από την εργασία τους, τον περασμένο μήνα, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Ημέρες απουσίας x_i	Υπάλληλοι v_i	Σχετική Συχνότητα $f_i \%$	Αθροιστική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα $\%$	$x_i v_i$
0	8				
1	10				
2					
3	10				
4	5				
5	2				
Αθροίσματα					

B1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 10

B2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή της μεταβλητής x .

Μονάδες 5

B3. Να υπολογίσετε τη διάμεσο της μεταβλητής x .

Μονάδες 5

B4. Να βρείτε το πλήθος και το ποσοστό των υπαλλήλων που απουσίασαν από 2 έως και 4 ημέρες.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ.

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}, & x < 1 \\ \sqrt{x + 3} + \alpha, & x \geq 1, \text{ όπου } \alpha \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Γ1. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Μονάδες 7

Γ3. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό α , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0 = 1$

Μονάδες 5

Γ4. Για $\alpha = -3$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 3f(0) + 2f(6)$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \alpha x + \beta$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο σημείο $x_0 = 2$ και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(0,1)$, τότε:

- Δ1.** Να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών α και β . **Μονάδες 8**
- Δ2.** Για $\alpha = 6$ και $\beta = 1$, να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία. **Μονάδες 6**
- Δ3.** Για $\alpha = 6$ και $\beta = 1$, να βρείτε τις θέσεις, το είδος και τις τιμές των τοπικών ακροτάτων της συνάρτησης f . **Μονάδες 6**
- Δ4.** Για $\alpha = 6$ και $\beta = 1$, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^2 f(x) dx$ **Μονάδες 5**