ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ. Π.
ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2010

ΘΕΜΑ Α

Α.1 Θεωρία σχολ. βιβλίου σελ. 93
Α.2 Θεωρία σχολ. βιβλίου σελ. 86
Α.3 Θεωρία σχολ. βιβλίου σελ. 140
Α.4
α – Σωστό
β – Λάθος
γ – Σωστό
δ – Λάθος
ε – Λάθος

Β.1

$$\lim_{x\to 1}\frac{2\sqrt{x^2-x+1}-1-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{2\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{2\left[\left(x^2-x+1\right)-1\right]}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{2x(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}$$

$$\frac{2}{2}=1$$

Β.2 Η f παραγωγίσιμη στο R με $f'(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+1}}$

άρα συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της C_f στο $x_0=0$ είναι $f'(0)=-1$

Β.3
Αφού f΄(0) = -1 αν ω η γωνία που σχηματίζει η ε με την xx΄ τότε
εφω = - 1
εφω = -εφπ/4
εφω= $εφ(-\frac{π}{4}) \Rightarrow x = kπ - \frac{π}{4},\ \ k \in Z$
και αφού $0 \le ω < π$ $\quad ω = π - \frac{π}{4} = \frac{3π}{4}$

ΘΕΜΑ Γ

[… - …)	x_i	v_i	$x_i\ v_i$	$x_i^2\ v_i$
0 – 4	2	20	40	80
4 – 8	6	40	240	1440
8 – 12	10	45	450	4500
12 – 16	14	30	420	5880
16 – 20	18	25	450	8100
ΣΥΝΟΛΟ		160	1600	20000

Γ.1
Η πρώτη κλάση είναι [0, c) , η δεύτερη [c, 2c)
Άρα $\frac{c+2c}{2}=6 \Rightarrow 3c=12 \Rightarrow c=4$

Γ.2

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i v_i}{v} = \frac{1600}{160} = 10$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{5} {x_i}^2 v_i}{v} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{5} {x_i}^2 v_i}{v} \right)^2 = \frac{20000}{160} - 10^2 = \frac{2000 - 1600}{16} = \frac{400}{16}$$

άρα $s = \sqrt{s^2} = \frac{20}{4} = 5$

Γ.3

CV= $\frac{s}{|\overline{x}|} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} > \frac{1}{10}$ άρα το δείγμα είναι ανομοιογενές

Γ.4

Αφού οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες στην κάθε κλάση άρα

N(A) = $\frac{1}{4} v_2 + v_3 + \frac{1}{2} v_4 = \frac{1}{4} 40 + 45 + \frac{1}{2} 30 = 70$

N(Ω)=160

Άρα P(A)= $\frac{70}{160} = \frac{7}{16}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1

$$f'(x) = \frac{1}{x - P(A)} - \left(x - P(A)\right) = \frac{1 - (x - P(A))^2}{x - P(A)}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \left(x - P(A)\right)^2 = 1 \Rightarrow x - P(A) = \pm 1 \begin{cases} x = P(A) + 1 \\ x = P(A) - 1 \text{ Απορρίπτεται} \end{cases}$$

$$f'(x) > 0 \Rightarrow \left(x - P(A)\right)^2 < 1 \Rightarrow x \in \left(P(A), P(A) + 1\right)$$

$$f'(x) < 0 \Rightarrow \left(x - P(A)\right)^2 > 1 \Rightarrow x \in \left(P(A) + 1, \infty\right)$$

x	P(A)	P(A)+1
f΄	+	-
f	↗	↘

για x = P(A)+1 έχω μέγιστο το $f(P(A) + 1) = -\frac{1}{2} + P(B)$

Δ.2

Αφού για $x_0 = \frac{P}{3}$ έχω ακρότατο το $f(x_0) = 0$

άρα $P(A) + 1 = \frac{5}{3}$ και $-\frac{1}{2} + P(B) = 0$

$P(A) = \frac{2}{3}$ και $P(B) = \frac{1}{2}$

Δ.3

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B) = \frac{2}{3}$$

Δ.4

$$P((A-B) \cup (B-A)) \quad \underline{\underline{(A-B) \cap (B-A) \neq 0}} \quad P(A-B) + P(B-A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) =$$

$$\frac{2}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

Σχόλιο

Τα θέματα ήταν κλιμακούμενης δυσκολίας αλλά ήταν δυσκολότερα από αυτά του 2009. Οι μαθητές έπρεπε να έχουν ευχέρεια στις πράξεις και να έχουν προσέξει κάποιες λεπτομέρειες. Συνεπώς τα θέματα ήταν για μαθητές καλά προετοιμασμένους που ήταν γνώστες της θεωρίας και με εμπειρία στις ασκήσεις.

Επιμέλεια θεμάτων

Αντωνιάδης Ανδρέας, Μαθηματικός
Λάμπρου Σπύρος, Μαθηματικός
Παπαμικρούλης Δημήτρης, Μαθηματικός