

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ - Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ – 2000

ΘΕΜΑ 1°

A.α) Θεωρία από το σχολικό βιβλίο, σελ.31.

$$\beta) (c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}, \quad g(x) \neq 0$$

B. α)

ΣΤΗΛΗ A	ΣΤΗΛΗ B
α. $x^2 + 3$	5. $2x$
β. $x + \sin x$	1. $1 - \eta \mu x$
γ. $x \eta \mu x$	7. $\eta \mu x + x \cos x$
δ. $x^3 - 4x^2$	2. $3x^2 - 8x$

$$\beta) \Delta. \quad f'(x) = \frac{e^x x - e^x}{x^2}$$

ΘΕΜΑ 2°

A.

x_i	v_i	f_i	$f_i \%$	N_i	$x_i v_i$	x_i^2	$x_i^2 v_i$
1	10	0,2	20	10	10	1	10
2	25	0,5	50	35	50	4	100
3	15	0,3	30	50	45	9	135
ΣΥΝΟΛΟ	$v=50$	1	100		105		245

B.

$$\bar{x} = \frac{105}{50} = 2,1$$

Η διάμεσος είναι ο μέσος όρος των μεσαίων παρατηρήσεων δηλαδή :

$$\delta = \frac{2+2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Γ.

$$s^2 = \frac{1}{50} \left\{ 245 - \frac{105^2}{50} \right\} = 4,9 - \frac{11025}{2500} = 4,9 - 4,41 = 0,49$$

ΘΕΜΑ 3°

Ο δειγματικός χώρος έχει $N(\Omega) = 120$

Το ενδεχόμενο $A = \{ \text{συμμετέχοντες στο διαγωνισμό της Ε.Μ.Ε.} \}$ έχει $N(A) = 24$

Το ενδεχόμενο $B = \{ \text{συμμετέχοντες στο διαγωνισμό της Ε.Φ.Ε.} \}$ έχει $N(B) = 20$

$$\text{Έτσι έχουμε : } P(A) = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$

$$P(B) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$$

A. Το ενδεχόμενο να πραγματοποιηθεί ένα τουλάχιστον από τα A και B έχει πιθανότητα :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{6}{30} + \frac{5}{30} - \frac{3}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

B. Το ενδεχόμενο να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα A και B είναι $(A - B) \cup (B - A)$. Επειδή τα ενδεχόμενα $A - B$ και $B - A$ είναι ασυμβίβαστα έχουμε :

$$\begin{aligned} P((A - B) \cup (B - A)) &= P(A - B) + P(B - A) = \\ &= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = \\ &= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \\ &= \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - 2 \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{5} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Γ. Το ενδεχόμενο να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα A και B είναι το $(A \cup B)'$. Επομένως :

$$P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{4}{15} = \frac{15}{15} - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$$

ΘΕΜΑ 4^ο

Χρόνια υπηρεσίας [-)	Κεντρικές τιμές x_i	Σχετική συχνότητα f_i %
0 – 5	2,5	10
5 – 10	7,5	15
10 – 15	12,5	12
15 – 20	17,5	15
20 – 25	22,5	18
25 – 30	27,5	18
30 – 35	32,5	12
ΣΥΝΟΛΟ		100

A. Οι εκπαιδευτικοί που έχουν τουλάχιστον 15 χρόνια υπηρεσίας είναι :

$$15 + 18 + 18 + 12 = 63$$

B. α) Με την προϋπόθεση ότι κάθε εκπαιδευτικός θα συνταξιοδοτηθεί όταν συμπληρώσει 35 χρόνια υπηρεσίας, μέσα στα επόμενα 12,5 χρόνια θα συνταξιοδοτηθούν όσοι έχουν ήδη 22,5 χρόνια υπηρεσίας δηλαδή όσοι ανήκουν στις κλάσεις [30 – 35), [25 – 30) και πιθανόν κάποια άτομα από την κλάση [20 – 25) ανάλογα με την κατανομή της. Έτσι ο συνολικός αριθμός θα είναι τουλάχιστον 30 άτομα και το πολύ 48.

(Ψυχρή μαθηματική εκτίμηση για την κατανομή της κλάσης [20 – 25) δεν είναι εφικτό να γίνει από τη στιγμή που οι κλάσεις αφορούν άτομα).

β) Αφού κάθε εκπαιδευτικός θα συνταξιοδοτηθεί όταν συμπληρώσει 35 χρόνια υπηρεσίας, μέσα στα επόμενα 5 χρόνια θα συνταξιοδοτηθούν όσοι έχουν ήδη 30 – 35 χρόνια υπηρεσίας, δηλαδή 12 εκπαιδευτικοί. Άρα πρέπει να προσληφθούν άλλοι 12, ώστε ο αριθμός των εκπαιδευτικών που υπηρετούν στα σχολεία του Δήμου να παραμένει ο ίδιος.

Επιμέλεια: Γιαννενάκη Αριέττα