

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1^ο

A1. Σχ. Βιβλίο σελ. 152.

A2. $\alpha. = \beta. \geq$

B1. $\alpha.$ Λάθος. Είναι $A' \subseteq B \Rightarrow P(A') \leq P(B) \Rightarrow P(A) + P(A') \leq P(A) + P(B) \Rightarrow 1 \leq P(A) + P(B)$
 $\beta.$ Σωστό. Είναι $P(A) + P(A') = 1 = P(\Omega)$ και αφού $P(A) = P(A')$ έχουμε $2P(A) = P(\Omega)$.

B2. Αφού $A \subseteq B$ είναι $A \cup B = B$. Οπότε και $P(A \cup B) = P(B) = \frac{5}{12}$

Άρα σωστή απάντηση είναι η (β)

B3. Είναι $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

Άρα $\alpha \rightarrow 2$

Είναι $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$

Οπότε $P((B - A)') = 1 - P(B - A) = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$

Άρα $\beta \rightarrow 5$

Είναι $P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

Άρα $\gamma \rightarrow 3$

ΘΕΜΑ 2^ο

A. $f(x) = \sin x + \eta \mu x$.

Είναι $D_f = \mathbb{R}$. Η f είναι συνεχής και 2 φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με

$f'(x) = -\eta \mu x + \sin x$ και $f''(x) = -\sin x - \eta \mu x = -f(x)$.

Άρα $f(x) + f''(x) = f(x) - f(x) = 0$.

B. Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο σημείο $A(0, 1)$ δίνεται από τον τύπο $y - 1 = f'(0) \cdot (x - 0)$.

Επειδή $f'(x) = -\eta \mu x + \sin x$, είναι $f'(0) = -0 + 1 = 1$.

Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $y - 1 = x$ ή ισοδύναμα $y = x + 1$.

Γ. Είναι $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

Οπότε: $\lambda f'\left(\frac{\pi}{2}\right) - 2f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \Rightarrow -\lambda - 2 = 2 \Rightarrow \lambda = -4$.

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Είναι $f_3 = 2f_1 = 2F_1 = 0,4$. Οπότε $F_3 = F_2 + f_3 = 0,9$ και $f_4 = 1 - F_3 = 0,1$.

B. Επίσης $f_2 = F_2 - F_1 = 0,3$

Επομένως $\bar{x} = \sum_{i=1}^4 x_i f_i = 50 \cdot 0,2 + 60 \cdot 0,3 + 70 \cdot 0,4 + 80 \cdot 0,1 = 64$, όπου x_i είναι οι κεντρικές τιμές

των κλάσεων.

Γ. Είναι $N(\Omega) = 80$

$\alpha.$ Έστω A το ενδεχόμενο "ο μαθητής να έχει βάρος μικρότερο από 65 κιλά".

Έχουμε $N(A) = 80 \cdot 0,5 = 40$. Οπότε $P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = 0,5 = 50\%$.

$\beta.$ Έστω B το ενδεχόμενο "ο μαθητής να έχει βάρος μεγαλύτερο ή ίσο των 55 κιλών και μικρότερο

κιλών''. Έχουμε $N(B) = 80 \cdot 0,9 - 80 \cdot 0,2 = 56$. Οπότε $P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = 0,7 \neq 70\%$.

ΡΟΜΒΟ



ΘΕΜΑ 4^ο

- A.** Επειδή η κατανομή είναι κανονική ισχύει $\bar{x} = \delta$.
Αφού το 50% των μαθητών χρειάζεται περισσότερο από 12 λεπτά για να πάνε από το σπίτι στο σχολείο είναι $\bar{x} = \delta = 12$.
Επίσης το 68% βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x} - S, \bar{x} + S)$.
Επειδή το 16% χρειάζεται χρόνο λιγότερο από 10 λεπτά και είναι $\frac{100 - 68}{2} = 16$ έχουμε:
- $\bar{x} - S = 10 \Rightarrow 12 - S = 10 \Rightarrow S = 2$.
- B.** Για τον συντελεστή μεταβολής CV έχουμε:
- $$CV = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{2}{12} = 0,166 = 16,6\%.$$
- Αφού είναι $CV = 16,6\% > 10\%$ το δείγμα μας δεν είναι ομοιογενές.
- Γ.** Το διάστημα από 14 έως 16 λεπτά είναι το $(\bar{x} + S, \bar{x} + 2S)$. Σε αυτό το διάστημα βρίσκονται το $\frac{95 - 68}{2} = 13,5\%$, ή $4000 \cdot 0,135 = 540$ μαθητές.
- Δ.** Καθυστέρηση κάθε μαθητή κατά 5 λεπτά μεταβάλλει την μέση τιμή $\bar{x}$ σε $\bar{x}' = \bar{x} + 5 = 17$, ενώ δεν μεταβάλλει την τυπική απόκλιση και είναι $S' = S = 2$.
Ο νέος συντελεστής μεταβολής θα είναι:
- $$CV' = \frac{S'}{\bar{x}'} = \frac{2}{17} = 0,117 = 11,7\%$$
- Επομένως ο συντελεστής μεταβολής μειώνεται κατά $16,6 - 11,7 = 4,9\%$.

Επιμέλεια: Νταφόπουλος Στέφανος, μαθηματικός