ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΕΕ

ΘΕΜΑ 1^{o}

α. Πίνακας συχνοτήτων

Βαθμοί x_i	**Συχνότητα v_i**
7	1
9	1
12	3
15	1
16	1
17	2
18	1
19	1
Σύνολο	11

β. Η μέση τιμή είναι $\bar{x} = \dfrac{7+9+3\cdot 12+15+16+17+18+19}{11} = \dfrac{154}{11} = 14$

γ. Η επικρατούσα τιμή είναι το 12 που έχει την μεγαλύτερη συχνότητα 3

δ. Οι βαθμοί είναι: 7,9,12,12,12,15,16,17,17,18,19 και έχουν διάμεσο 15.

ε. Κατασκευάζουμε τον πίνακα:

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$v_i(x_i - \bar{x})^2$
7	1	7	-7	49	49
9	1	9	-5	25	25
12	3	36	-2	4	12
15	1	15	1	1	15
16	1	16	2	4	4
17	3	34	3	9	18
18	1	18	4	16	16
19	1	19	5	25	25
	11	154			150

Η διακύμανση είναι : $S^2 = \dfrac{150}{11} \approx 13{,}63$

ΘΕΜΑ 2^{o}

Έχουμε : $f(x)=\frac{1}{3}x^{3}-\frac{1}{2}x^{2}+\ln 2$ με A=R

α. $f'(x)=\left(\frac{1}{3}x^{2}-\frac{1}{2}x^{2}+\ln 2\right)'=\left(\frac{1}{3}x^{3}\right)'-\left(\frac{1}{2}x^{2}\right)'+(\ln 2)'=$

$=\frac{3}{3}x^{2}-\frac{2}{2}x+0=x^{2}-x=x(x-1)$

β. $f'(0)=0^{2}-0=0$

$f'(1)=1^{2}-1=0$

γ. Ο πίνακας μεταβολών της συνάρτησης είναι

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
f'		+	0	-	0	+	
f		↗		↘		↗	

ΘΕΜΑ 3^{o}

Έχουμε: $f(x)=\begin{cases}\lambda x^{2}-1, & x\geq 1\\ x+2, & x<1\end{cases}$

α. $\lim\limits_{x\to 1^{+}} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^{+}}(x+2)=1+2=3$

β. $\lim\limits_{x\to 1^{-}} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^{-}}(\lambda x^{2}-1)=\lambda\cdot 1^{2}-1=\lambda-1$

γ. Ισχύει: $f(1)=\lambda\cdot 1^{2}-1=\lambda-1$

Για να είναι η συνάρτηση συνεχής στο $x_0=1$ πρέπει : $\lambda-1=3 \Leftrightarrow \lambda=3+1 \Leftrightarrow \lambda=4$

ΘΕΜΑ 4ο

Έχουμε: $f(x)=\lambda x^3 - x$ με A=R και $\lim_{x\to 1} f(x)=1$

α. $\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1}(\lambda x^3 - x) = \lambda \cdot 1^3 - 1 = \lambda - 1$

πρέπει : $\lambda-1=1 \Leftrightarrow \lambda=1+1 \Leftrightarrow \lambda=2$

β. Άρα : $f(x)=2x^3-x$

Έχουμε: $f'(x)=(2x^3-x)'=(2x^3)'-(x)'=6x^2-1$

γ. $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (2x^3-x)dx = \left[\frac{2x^4}{4}-\frac{x^2}{2}\right]_0^1 = \left[\frac{x^4}{2}-\frac{x^2}{2}\right]_0^1 = \left[\frac{x^4-x^2}{2}\right]_0^1 =$

$= \frac{1^4-1^2}{2} - \frac{0^4-0^2}{2} = \frac{1-1}{2} - 0 = \frac{0}{2} = 0$

<u>Επιμέλεια :</u> Αριέττα Γιαννενάκη – *Μαθηματικός*