

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Θέμα 1°

A. θεωρία σελ. 28 σχ. βιβλίο

B. θεωρία σελ. 13 σχ. βιβλίο

Γ. θεωρία σελ. 87 σχ. βιβλίο

Δ. α) λάθος, β) λάθος, γ) σωστό, δ) σωστό, ε) λάθος

Θέμα 2°

Ονομάζω τα ενδεχόμενα

A: ο καθηγητής είναι γυναίκα

B: ο καθηγητής είναι φιλόλογος

$$\text{Με } P(A) = \frac{55}{100}, P(B) = \frac{40}{100}, P(A \cap B) = \frac{30}{100}$$

α) το ενδεχόμενο γυναίκα ή φιλόλογος είναι το $A \cup B$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{55}{100} + \frac{40}{100} - \frac{30}{100} = \frac{65}{100}$$

β) Το ενδεχόμενο γυναίκα και όχι φιλόλογος είναι το $A - B$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{55}{100} - \frac{30}{100} = \frac{25}{100}$$

γ) Το ενδεχόμενο άνδρας και φιλόλογος είναι το $B - A$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{40}{100} - \frac{30}{100} = \frac{10}{100}$$

δ) Το ενδεχόμενο άνδρας ή φιλόλογος είναι το $A' \cup B$

$$P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B) =$$

$$= 1 - P(A) + P(B) - P(A' \cap B) =$$

$$= 1 - P(A) + P(B) - P(B - A) =$$

$$= 1 - \frac{55}{100} + \frac{40}{100} - \frac{10}{100} = \frac{75}{100}$$

$$[P(A' \cap B) = P(B - A)]$$

Θέμα 3°

A. γ

$$B. f'(x) = \frac{(x)(x^2-1) - (x^2-1)x}{(x^2-1)^2} = \frac{1(x^2-1) - 2xx}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2-1-2x^2}{(x^2-1)^2} = -\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2} < 0 \text{ για κάθε}$$

$$x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

$$Γ. \lim_{x \rightarrow -1} [(x+1)f(x)] = \lim_{x \rightarrow -1} \left[(x+1) \frac{x}{x^2-1} \right] = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{x-1} = \frac{-1}{-1-1} = \frac{1}{2}$$

$$Δ. \text{ισχύει ότι } \varepsilon\varphi\omega = f'(0) = -1$$

$$\text{Άρα η γωνία } \omega = 135^\circ \left(\text{ή } \frac{3\pi}{4} \text{ rad} \right)$$

Θέμα 4^ο

α) Ομάδα Α

$$\bar{x} = \frac{1+8+9+5+3+4}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

Βάζουμε τις τιμές του δείγματος σε αύξουσα φυσική σειρά

1 3 4 5 8 9

$$\text{Επειδή } n = 6 (\text{άρτιος}) \quad \delta_A = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{4+5}{2} = 4,5$$

Ομάδα Β

$$\bar{x}_B = \frac{7+14+6+4+12+5}{6} = \frac{48}{6} = 8$$

βάζουμε τις τιμές του δείγματος σε αύξουσα φυσική σειρά

4 5 6 7 12 14

$$\text{επειδή } n = 6 (\text{άρτιος}) \quad \delta_B = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{6+7}{2} = 6,5$$

β) Θα υπολογίσω τους συντελεστές μεταβλητότητας των δειγμάτων

Ομάδα Α

$$S_A^2 = \frac{\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2}{6} = \frac{(1-5)^2 + (8-5)^2 + (9-5)^2 + (5-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2}{6} =$$

$$= \frac{16+9+16+0+4+1}{6} = \frac{46}{6} = \frac{23}{3} \cong 7,67$$

$$S_A = \sqrt{7,67} \cong 2,77, CV_A = \frac{S_A}{\bar{x}_A} = \frac{2,77}{5} = 0,554$$

Ομάδα Β

$$S_B^2 = \frac{\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2}{6} = \frac{(7-8)^2 + (14-8)^2 + (6-8)^2 + (4-8)^2 + (12-8)^2 + (5-8)^2}{6} = \frac{1+36+4+16+16+9}{6} = \frac{82}{6} = \frac{41}{3} \cong 13,67$$

$$S_B = \sqrt{13,67} \cong 3,70, CV_B = \frac{S_B}{\bar{x}_B} = \frac{3,70}{8} = 0,462$$

επειδή $CV_B < CV_A$ η ομάδα Β είναι πιο ομοιογενής

γ) Ομάδα Α

η αύξηση όλων των τιμών κατά ποσοστό 20% ισοδυναμεί με

$$\text{πολλαπλασιασμό των τιμών με } \alpha = 1 + \frac{20}{100} = 1,20$$

$$\text{άρα } \bar{y}_i = 1,20 \cdot x_i \text{ τότε } \bar{y} = 1,20 \cdot \bar{x} = 1,20 \cdot 5 = 6$$

Ομάδα Β

$$\text{θα ισχύει ότι } z_i = x_i + 5 \text{ άρα } \bar{z} = \bar{x} + 5 = 13$$

$$\delta) S'_A = 1,20 \cdot S_A = 1,20 \cdot 0,554 = 0,665$$

$$S'_B = S_B = 0,462$$

$$\text{τότε } CV'_A = \frac{S'_A}{\bar{y}} = \frac{0,665}{6} = 0,11$$

$$CV'_B = \frac{S'_B}{\bar{z}} = \frac{0,462}{13} \cong 0,07$$

επειδή $CV'_B < CV'_A$ πιο ομοιογενής η Β ομάδα

Επιμέλεια: Ξηνταβελώνης Πέτρος, Νταφόπουλος Στέφανος

- Μαθηματικοί