

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ – Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1°

A. ΘΕΩΡΙΑ Σχ. Βιβλ.

B. ΘΕΩΡΙΑ Σχ. Βιβλ.

Γ. α. Λάθος
β. Λάθος
γ. Σωστό

Δ. $\alpha \rightarrow 4$
 $\beta \rightarrow 2$
 $\gamma \rightarrow 1$

ΘΕΜΑ 2°

A. Πρέπει $x \geq 0$ και $\sqrt{x} - \sqrt{3} \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \neq \sqrt{3} \Rightarrow x \neq 3$, άρα το πεδίο ορισμού της f είναι το $[0,3) \cup (3, +\infty)$.

B.

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{x} - \sqrt{3}} = \frac{(x-1)(x-3)}{\sqrt{x} - \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{x} + \sqrt{3}}{\sqrt{x} + \sqrt{3}} = \frac{(x-1)(x-3)(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{x-3} = (x-1)(\sqrt{x} + \sqrt{3})$$

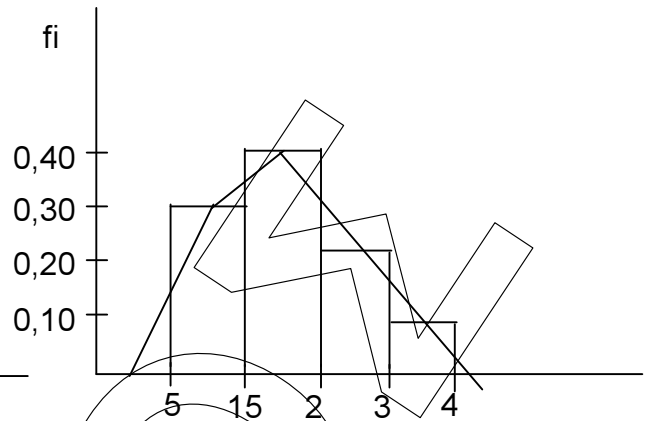
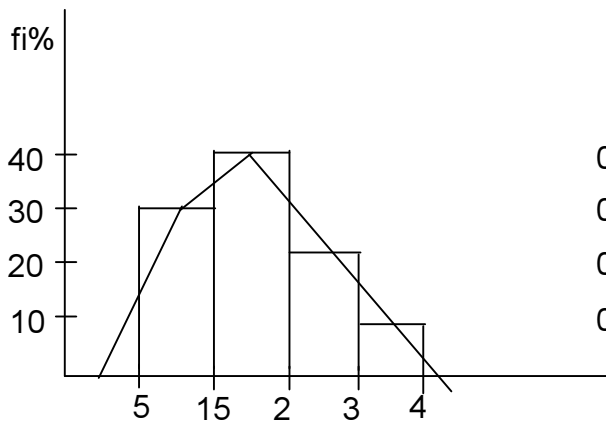
$$\text{Άρα } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2(\sqrt{3} + \sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$$

ΘΕΜΑ 3°

A.

Κλάσεις	x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$	$v_i \cdot x_i$
[5,15)	10	60	30	60	30	600
[15,25)	20	76	38	136	68	1520
[25,35)	30	44	22	180	90	1320
[35,45)	40	20	10	200	100	800
ΣΥΝΟΛΟ	-	200	100	-	-	4240

B.



$$\Gamma. \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 v_i \cdot x_i}{v} = \frac{4240}{200} = \frac{212}{10} = 21,2$$

Δ. Από τον πίνακα βλέπουμε ότι στις κλάσεις $[25,35)$ και $[35,45)$ έχουμε:
 $44 + 20 = 64$ χιλιάδες οχήματα.

ΘΕΜΑ 4^ο

A. $f(x) = 2x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x + 10$

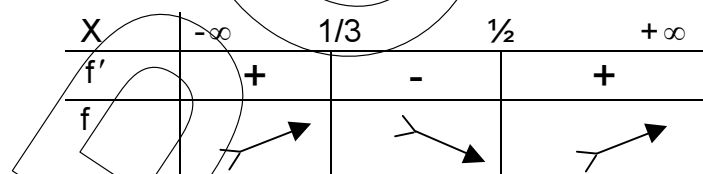
Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = 6x^2 - 5x + 1$.

Είναι $f'(x) = 0 \Rightarrow 6x^2 - 5x + 1 = 0$.

$\Delta = 25 - 24 = 1 > 0$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{12} = \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Οπότε:



Για $x = 1/3$ η f έχει τοπικό μέγιστο το $f(1/3)$

Για $x = 1/2$ η f έχει τοπικό ελάχιστο το $f(1/2)$

Άρα $P(A) = 1/2$ και $P(B) = 1/3$

B. i) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

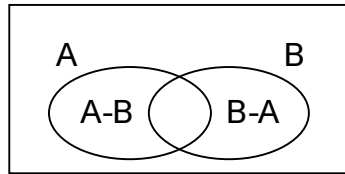
$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\text{II) } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\text{III) } P[(A \cap B)^c] = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}.$$

IV)



Αφού $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$, τα $A - B$, $B - A$ είναι ασυμβίβαστα.

$$\text{Άρα } P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A - B) + P(B - A) = \frac{1}{3} + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

Επιμέλεια: Ξηνταβελώνης Πέτρος, Αντωνιάδης Ανδρέας - Μαθηματικοί