

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Θέμα 1^ο:

A. Θεωρία σχολικού βιβλίου, σελίδα 151

B.

α) Θεωρία σχολικού βιβλίου, σελίδα 59

β) Θεωρία σχολικού βιβλίου, σελίδα 59.

Γ.

α – Σωστό

β – Λάθος

γ – Λάθος

δ – Λάθος

Θέμα 2^ο:

α)

$[\alpha, \beta)$	x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$x_i v_i$
4 – 8	6	5	10	5	10	30
8 – 12	10	10	20	15	30	100
12 – 16	14	25	50	40	80	350
16 – 20	18	10	20	50	100	180
Σύνολο		50	100	-	-	660

$$\beta) \bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{660}{50} = 13,2$$

γ) Αφού στην κλάση $[4, 8)$ η συχνότητα είναι 5 και στην $[8, 12)$ είναι 10, άρα οι μαθητές που έχουν βαθμό μέχρι 10 είναι $v_1 + \frac{1}{2} v_2 = 5 + 5 = 10$ μαθητές

Θέμα 3^ο:

Ισχύει: $P(A \cup B) = \frac{7}{8}$.

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x - 15}{x^2 - 6x + 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3(x - 5)}{(x - 5)(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3}{x - 1} = \frac{3}{5 - 1} = \frac{3}{4}.$$

β) Η τιμή του συνόλου X , $\frac{5}{4}$ δεν μπορεί να αντιπροσωπεύει πιθανότητα επειδή είναι μεγαλύτερη του 1 και $A \cap B \subseteq B$, τότε $P(A \cap B) < P(B)$ αφού $P(A \cap B) \neq P(B)$, άρα $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$ και $P(B) = \frac{3}{4}$.

γ)

$$1. P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow \frac{7}{8} = P(A) + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow P(A) = \frac{7}{8} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow P(A) = \frac{5}{8}$$

$$2. P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{8} - \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Θέμα 4^ο:

α)

Η f παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ με $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$, άρα η εφαπτομένη (ε) στο $A(1, 1)$

είναι $y = \lambda x + \kappa$, όπου $\lambda = f'(1) = -1$.

$A \in (\varepsilon) \Rightarrow f(1) = -1 \cdot 1 + \kappa \Rightarrow \kappa = 2$, άρα η (ε): $y = -x + 2$

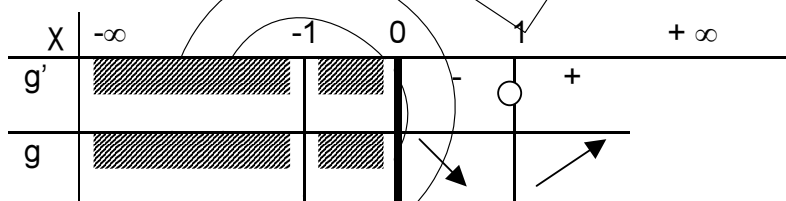
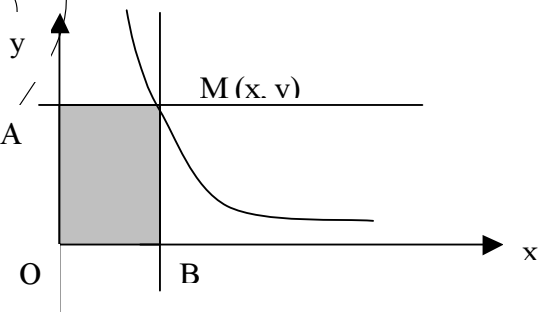
β)

$$\left. \begin{array}{l} \text{περίμετρος} = 2x + 2y \\ \text{αφού } M \in C_f \Rightarrow y = \frac{1}{x} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{περίμετρος} = 2x + \frac{2}{x}$$

Έστω η $g(x) = 2x + \frac{2}{x}$, $x > 0$ παραγωγίσιμη

στο $(0, +\infty)$ με $g'(x) = 2 - \frac{2}{x^2} = \frac{2(x^2 - 1)}{x^2}$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$



Για $x = 1$ η g έχει ελάχιστο το $g(1) = 4$, άρα το σημείο M που η περίμετρος είναι ελάχιστη είναι το $M(1, 1)$.

γ) Αφού τα σημεία (x_i, y_i) , $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ανήκουν στην (ε) άρα $y_i = -x_i + 2$
άρα οι x_i πρώτα πολλαπλασιάζονται με -1 και δίνουν τις ω_i και στη συνέχεια
προσθέτουμε στις ω_i το 2., άρα:

$$\omega_i = -x_i$$

$$\bar{\omega} = -\bar{x} = -5$$

$$S\omega = |-1| \cdot Sx = 2$$

και

$$y_i = \omega_i + 2$$

$$\bar{y} = \bar{\omega} + 2 = -5 + 2 = -3$$

$$Sy = S\omega = 2$$

**Επιμέλεια: Αντωνιάδης Ανδρέας, Φώτου Κατερίνα, Παπαγεωργίου Γιώργος
– Μαθηματικοί**