ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΕΕ

ΘΕΜΑ 1^{Ο}

α)

Τιμές X_i	Συχνότητα V_i	Αθροιστική Συχνότητα	$X_i \cdot V_i$
0	11	11	0
1	14	25	14
2	17	42	34
3	5	47	15
4	3	50	12
Αθροίσματα	50		75

V=50

$V_1=N_1=11$, $N_2=v_1+v_2 \Leftrightarrow v_2=N_2-v_1=25-11=14$

$V_3=N_3-N_2=42-25=17$, $V_4=N_4-N_3=47-42=5$

Άρα $v_5=50-47=3$

β) $\bar{x}=\dfrac{v_1x_1+v_2x_2+...+v_kx_k}{v}=\dfrac{0+14+34+15+12}{50}=\dfrac{75}{50}=1{,}5$

γ) v=50, $\delta=\dfrac{25\eta+26\eta}{2}=\dfrac{1+2}{2}=\dfrac{3}{2}=1{,}5$

δ) $R=X_{max}-X_{min}=4-0=4$

ΘΕΜΑ 2^{Ο}

α) $\lim\limits_{x\to-1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to-1^-}\left(\dfrac{x^2-1}{x-1}\right)=\dfrac{1-1}{-1-1}=0$

β) $\lim\limits_{x\to-1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to-1^+}(\kappa x+\mu)=-\kappa+\mu$

γ) $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}(\kappa x+\mu)=\kappa+\mu$

δ) $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}(x^2+2x+5+\ln x)=1+2+5+\ln1=8+0=8$

ε) Για να υπάρχουν τα $\lim\limits_{x\to-1}f(x)$ και $\lim\limits_{x\to1}f(x)$

θα πρέπει:

$$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^+} f(x) \Leftrightarrow \kappa + \mu = 8$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) \Leftrightarrow 0 = -\kappa + \mu$$

κ+μ=8
-κ+μ=0
2μ=8 $\Leftrightarrow$ μ=4 άρα κ=4 δηλαδή κ=μ=4

ΘΕΜΑ 3$^{\text{Ο}}$

α) $f'(0) = 0^2 - 2\cdot 0 = 0\cdot 0 = 0$

$f'(2) = 2^2 - 2\cdot 2 = 4 - 4 = 0$

β) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ \text{ή} \\ x = 2 \end{cases}$

x	-∞		0		2		+∞
f'		+		-		+	
f		↗		↘		↗	

- Η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα για $x \in (-\infty, 0]$
- Η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα για $x \in [2, +\infty)$
- Η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα για $x \in [0\,,\,2]$

γ) $f''(x) = (f'(x))' = (x^2 - 2x)' = 2x - 2$

δ) Για x=0 παρουσιάζει τοπικό μέγιστο (το f(0))
Για x=2 παρουσιάζει ολικό ελάχιστο (το f(2))

ε) $f(x) = \dfrac{x^3}{3} - 2\dfrac{x^2}{2} + C = \dfrac{x^3}{3} - x^2 + C$

f(0)=2005

f(0)=C   C=2005

f(x)=$\dfrac{x^3}{3} - x^2 + 2005$

ΘΕΜΑ 4$^{\text{Ο}}$

α) $N(0)=1000$ δελφίνια

β) $N'(t)=(2t^3-t^2+5t+1000)'=6t^2-2t+5$

γ) $N'(2)=6\cdot 2^2-2\cdot 2+5=6\cdot 4-4+5=25$ δελφίνια / έτος

δ) $N(10)=2\cdot 10^3-10^2+5\cdot 10+1000$
$=2000-100+50+1000$
$=2950$ δελφίνια

Επιμέλεια: Ηλιόπουλος Γιώργος , Μαθηματικός