

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A.** Θεωρία σχ. βιβλίο
B. α) Θεωρία σχ. βιβλίο
 β) Θεωρία σχ. βιβλίο
Γ. α-Σ
 β-Σ
 γ-Λ
 δ-Λ

ΘΕΜΑ 2^ο

x_i	v_i	N_i	$x_i v_i$	$f_i\%$
0	$\alpha+4 = 7$	7	0	14
1	$5\alpha+8 = 23$	30	23	46
2	$4\alpha = 12$	42	24	24
3	$\alpha - 1 = 2$	44	6	4
4	$2\alpha = 6$	50	24	12
ΣΥΝΟΛΟ	50		77	100

α) $v=50 \Leftrightarrow \alpha+4+5\alpha+8+4+\alpha-1+2\alpha=50 \Leftrightarrow 13\alpha=39 \Leftrightarrow \alpha=3$

β) $\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{77}{50} = \frac{154}{100} = 1,54$

γ) $v=50 = \text{άρτιος άρα } \delta = \frac{t_{25} + t_{26}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$

δ) Έστω A το ενδεχόμενο «ένας μαθητής να έχει διαβάσει τουλάχιστον 3 βιβλία». Το ποσοστό των μαθητών που έχουν διαβάσει τουλάχιστον 3 βιβλία είναι $f_3\%+f_4\%=4\%+12\%=16\%$. Άρα η $P(A)=16\%$

ΘΕΜΑ 3^ο

- α) Έστω τα ενδεχόμενα
 A: «το άτομο είναι αγόρι»
 B: «το άτομο είναι κορίτσι»

Είναι: $N(A)=x > 0$ και $N(B)=(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$

Οπότε $N(\Omega)=x+x^2+8x+16=x^2+9x+16$

Η πιθανότητα το άτομο να είναι αγόρι είναι: $P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{x}{x^2 + 9x + 16}$, $x > 0$ και

$P(A) < 1$.

β) $P(A) = \frac{1}{19} \Leftrightarrow \frac{x}{x^2 + 9x + 16} = \frac{1}{19} \Leftrightarrow x^2 + 9x + 16 = 19x \Leftrightarrow x^2 - 10x + 16 = 0$

$\Delta=36$ $x=2$ ή $x=8$

Για $x=2$: $N(\Omega)=2^2 + 9 \cdot 2 + 16 = 38$ δεκτό

Για $x=8$: $N(\Omega)=8^2 + 8 \cdot 8 + 16 = 144 > 100$ απορρίπτεται

Άρα $x=2$. Οπότε τα μέλη του ομίλου είναι $N(\Omega)=38$.

Η πιθανότητα να επιλεγεί κορίτσι είναι: $P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{(2+4)^2}{38} = \frac{36}{38} = \frac{18}{19}$

γ) Η πιθανότητα να επιλεγεί αγόρι είναι: $P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{x}{x^2 + 9x + 16}$

Θεωρώ τη συνάρτηση: $f(x) = \frac{x}{x^2 + 9x + 16}, x > 0$

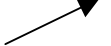
Είναι:

$$f'(x) = \frac{(x)'(x^2 + 9x + 16) - x(x^2 + 9x + 16)'}{(x^2 + 9x + 16)^2} = \frac{x^2 + 9x + 16 - x(2x + 9)}{(x^2 + 9x + 16)^2} = \frac{x^2 + 9x + 16 - 2x^2 - 9x}{(x^2 + 9x + 16)^2} = \frac{16 - x^2}{(x^2 + 9x + 16)^2}$$

έχουμε: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{16 - x^2}{(x^2 + 9x + 16)^2} = 0 \Leftrightarrow 16 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \text{ ή } x = -4 \text{ (απορ)}$

και $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{16 - x^2}{(x^2 + 9x + 16)^2} > 0$.

Για $x > 0$ είναι $(x^2 + 9x + 16)^2 > 0$ οπότε $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 16 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -4 < x < 4$
Ο πίνακας μεταβολών της f είναι:

x	0	4
f'	+	-
f		

Η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστο για $x=4$.

Άρα η πιθανότητα $P(A)$ γίνεται μέγιστη για $x=4$

Τότε ο αριθμός των αγοριών είναι: $N(A)=x=4$,

και η πιθανότητα είναι $P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{4}{4^2 + 9 \cdot 4 + 16} = \frac{4}{68} = \frac{1}{17}$

ΘΕΜΑ 4^ο

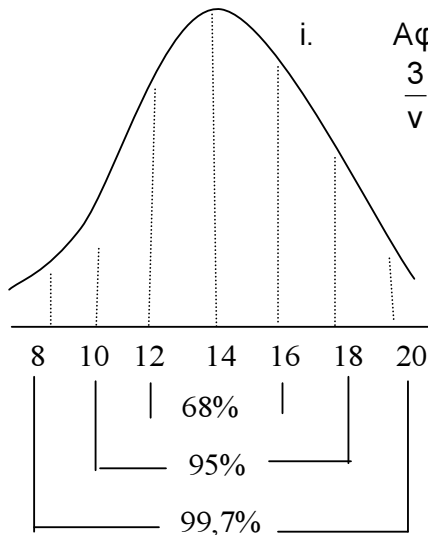
Η $f(x) = -4x + k + 4 \frac{1}{2\sqrt{x}}, x > 0$

α) Αφού η εφαπτομένη (ε) της C_f στο $A(1, f(1))$ είναι παράλληλη στον $x'x$ άρα $f'(1) = 0 \Leftrightarrow -4 + k + 2 = 0 \Leftrightarrow k = 2$

β) $\bar{x} = f(1) = 14$

$$\text{αφού } f'(4) = -16 + 2 + 4 \cdot \frac{1}{4} = -13$$

$$\text{άρα } s = -\frac{2(-13)}{13} \Leftrightarrow s = 2$$



i.

Αφού 3 παρατηρήσεις σε σύνολο n είναι ≤ 8 άρα $\frac{3}{n} \cdot 100 = 0,15 \Leftrightarrow n = 2000$. Στο $(10, 16)$ βρίσκονται το 68% +

$\frac{95\% - 68\%}{2}$ των παρατηρήσεων, άρα το 81,5% των παρατηρήσεων. Άρα ο αριθμός των μαθητών είναι $81,5\% \cdot 2000 = 1630$ μαθητές.

ii. $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7} > \frac{1}{10}$ άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Οι καινούργιες παρατηρήσεις γίνονται $y_i = x_i + \alpha$

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \bar{x} + \alpha = 14 + \alpha \\ \text{Άρα } s_y &= s_x = 2 \end{aligned}$$

Αφού πρέπει $CV_y \leq 10\%$

$$\frac{2}{14 + \alpha} \leq 0,1 \Leftrightarrow 2 \leq 1,4 + 0,1\alpha$$

$$0,6 \leq 0,1\alpha$$

$$\alpha \geq 6$$

άρα $\alpha_{\min} = 6$

Επιμέλεια: Αντωνιάδης Ανδρέας – Μαθηματικός
Παπαγεωργίου Γιώργος – Μαθηματικός