

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΕΕ

ΘΕΜΑ 1^ο:

$$\alpha) CV = \frac{s}{\bar{x}} \Leftrightarrow \bar{x} = \frac{s}{CV} = \frac{4}{0,2} = 20$$

$$\bar{x} = \frac{16+14+22+18+20+\alpha}{5} = \frac{90+\alpha}{5}$$

$$\beta) \text{ Άρα } \frac{90+\alpha}{5} = 20 \Leftrightarrow 90+\alpha = 100 \Leftrightarrow \alpha = 10$$

γ) Οι τιμές για $\alpha = 10$ κατά αύξουσα σειρά είναι: 14, 16, 18, 22, 30
 $n = 5$, $\delta = 3^{\text{η}}$ παρατήρηση = 18

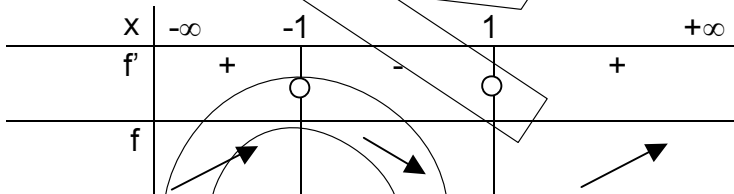
δ) Επειδή $CV = 20\% > 10\%$ δεν είναι ομοιογενές

ΘΕΜΑ 2^ο:

$$\alpha) F(x) = 4 \frac{x^4}{4} - 12 \frac{x^2}{2} + 2006x + c = x^4 - 6x^2 + 2006x + c \quad c \in \mathbb{R}$$

$$\beta) f'(x) = 12x^2 - 12$$

$$\gamma) f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow 12(x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = -1$$



Η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα για $x \in (-\infty, -1]$ και $x \in [1, +\infty)$

Η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα για $x \in [-1, 1]$

ΘΕΜΑ 3^ο:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \alpha \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \alpha \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4\alpha$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (\alpha x + \beta) = 2\alpha + \beta$$

γ) Για να είναι συνεχής στο $x_0 = 2$ θα πρέπει

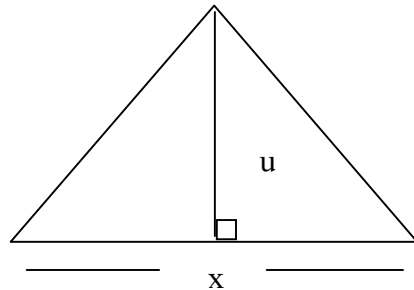
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \text{ δηλαδή } 4\alpha = 2\alpha + \beta = 4 \text{ άρα } 4\alpha = 4 \Leftrightarrow \alpha = 1$$

$$2\alpha + \beta = 4 \Leftrightarrow 2 \cdot 1 + \beta = 4 \Leftrightarrow \beta = 2$$

$$\delta) f(0) = \alpha \cdot 0 + \beta = \beta = 2$$

$$f(3) = \frac{3^2 - 4}{3 - 2} \cdot 1 = \frac{9 - 4}{1} \cdot 1 = 5$$

ΘΕΜΑ 4^ο:



$$x + u = 50 \Leftrightarrow u = 50 - x, \quad 0 < x < 50$$

$$\alpha) E(x) = \frac{\beta \cdot u}{2} = \frac{x \cdot (50 - x)}{2} = \frac{50x}{2} - \frac{x^2}{2} = -\frac{1}{2}x^2 + 25x \quad 0 < x < 50$$

$$\beta) E'(x) = -\frac{1}{2}2x + 25 = -x + 25$$

$$E'(x) > 0 \Leftrightarrow -x + 25 > 0 \Leftrightarrow x < 25$$

$$E'(x) < 0 \Leftrightarrow -x + 25 < 0 \Leftrightarrow -x < -25 \Leftrightarrow x > 25$$

x	0	25	50
E'		+	-
E			

Για $x = 25\text{cm}$ το εμβαδόν γίνεται μέγιστο

γ) Η μέγιστη τιμή του εμβαδού είναι:

$$E(25) = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot (50 - 25) = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 25 = \frac{1}{2} 625 = 312,5\text{cm}^2$$

Επιμέλεια: Ηλιόπουλος Γιώργος – Μαθηματικός