

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ1ο:

A. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 152

B.

α. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 22

β. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 87

Γ1. α. Σ

β. Σ

γ. Λ

Γ2.

$$f_1'(x) = vx^{v-1}$$

$$f_2'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f_3'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f_4'(x) = -\eta\mu x$$

ΘΕΜΑ 2ο:

$$f(x) = x \cdot e^x + 3, x \in \mathbb{R}$$

$$\alpha) f'(x) = e^x + e^x x = e^x (x+1)$$

$$\text{Τότε } f'(x) - f(x) = e^x (x+1) - (x \cdot e^x + 3) = e^x - 3$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - e^x}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x (x+1) - e^x}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x x}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x-1} = \frac{e^0}{0-1} = -1$$

ΘΕΜΑ 3ο:

$$P(-1) = P(0) = P(1) = P(2) = 2P(3) = 2P(4) = 2P(5) = \kappa$$

$$\text{Όμως } P(-1) + P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = 1$$

$$\Rightarrow \kappa + \kappa + \kappa + \kappa + \frac{\kappa}{2} + \frac{\kappa}{2} + \frac{\kappa}{2} = 1 \Rightarrow 11\kappa = 2 \Rightarrow \kappa = \frac{2}{11}$$

$$\text{Άρα, } P(-1) = P(0) = P(1) = P(2) = \frac{2}{11} \quad \text{και}$$

$$P(3) = P(4) = P(5) = \frac{1}{11}$$

$$\beta) \text{ Επειδή } A \cap B = \{-1, 3\} \text{ και το } A = \{1, 3, x^2 - x - 3\}$$

Πρέπει το στοιχείο $x^2 - x - 3$ να είναι ίσο με -1 , δηλαδή $x^2 - x - 3 = -1$ ή $x^2 - x - 2 = 0$.

Από όπου βρίσκουμε $x = -1$ ή $x = 2$

Για $x = -1$ έχουμε

$$A = \{1, 3, -1\} \quad B = \{2, 0, -1, 3\}.$$

$$\text{Πράγματι } A \cap B = \{-1, 3\}$$

Για $x = 2$ έχουμε:

$$A = \{1, 3, -1\} \quad B = \{2, 3, 8, -3\}$$

Τότε $A \cap B = \{3\}$ απορρίπτεται

Τελικά $x = -1$

γ) Αν $x = -1$ έχουμε:

$$A = \{1, 3, -1\} \quad B = \{2, 0, -1, 3\}$$

$$P(A) = P(1) + P(3) + P(-1) = \frac{2}{11} + \frac{1}{11} + \frac{2}{11} = \frac{5}{11}$$

$$P(B) = P(2) + P(0) + P(-1) + P(3) = \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{7}{11}$$

$$P(A \cap B) = P(-1) + P(3) = \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{11} - \frac{3}{11} = \frac{2}{11}$$

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = P(A) + 1 - P(B) - P(A - B) = \frac{5}{11} + 1 - \frac{7}{11} - \frac{2}{11} = \frac{7}{11}$$

ΘΕΜΑ 4^ο:

$$\alpha) \bar{x}_A = \frac{\sum_{i=1}^{25} t_i}{25} = \frac{12 + 18 + t_3 + t_4 + \dots + t_{25}}{25} = \frac{30 + 345}{25} = \frac{375}{25} = 15$$

$$\bar{x}_B = \frac{\sum_{i=1}^{25} t_i}{25} = \frac{16 + 14 + t_3 + t_4 + \dots + t_{25}}{25} = \frac{30 + 345}{25} = \frac{375}{25} = 15$$

$$\begin{aligned} \beta) S^2_A &= \frac{\sum_{i=1}^{25} (t_i - \bar{x}_A)^2}{25} = \frac{(12-15)^2 + (18-15)^2 + \sum_{i=3}^{25} (t_i - 15)^2}{25} = \frac{9 + 9 + \sum_{i=3}^{25} (t_i - 15)^2}{25} = \\ &= \frac{18 + \sum_{i=3}^{25} (t_i - 15)^2}{25} \end{aligned}$$

$$S_B^2 = \frac{\sum_{i=1}^{25} (t_i - \bar{x}_B)^2}{25} = \frac{(16-15)^2 + (14-15)^2 + \sum_{i=3}^{25} (t_i - 15)^2}{25} = \frac{2 + \sum_{i=3}^{25} (t_i - 15)^2}{25}$$

$$\text{Τότε } S_A^2 - S_B^2 = \frac{18 + \sum_{i=3}^{25} (t_i - 15)^2}{25} - \frac{2 + \sum_{i=3}^{25} (t_i - 15)^2}{25} = \frac{16}{25}$$

γ)

α' τρόπος

$$CV_A = \frac{1}{15} \text{ ή } \frac{S_A}{\bar{x}_A} = \frac{1}{15} \text{ ή } S_A = \frac{1}{15} \bar{x}_A \text{ ή } S_A = 1.$$

Από το β ερώτημα έχουμε $S_A^2 - S_B^2 = \frac{16}{25}$ οπότε.

$$S_B^2 = S_A^2 - \frac{16}{25} \text{ ή } S_B^2 = \frac{9}{25} \text{ ή } S_B = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Τελικά } CV_B = \frac{S_B}{\bar{x}_B} \text{ ή } CV_B = \frac{\frac{3}{5}}{15} \text{ ή } CV_B = \frac{3}{75} \text{ ή } CV_B = \frac{1}{25}$$

β' τρόπος

$$S_A^2 - S_B^2 = \frac{16}{25}$$

$$\frac{S_A^2}{15^2} - \frac{S_B^2}{15^2} = \frac{16}{15^2 \cdot 25}$$

$$CV_A^2 - CV_B^2 = \frac{16}{15^2 \cdot 25}$$

$$CV_B^2 = \frac{1}{15^2} - \frac{16}{15^2 \cdot 25}$$

$$CV_B^2 = \frac{9}{15^2 \cdot 25} \xrightarrow{CV_B \geq 0} CV_B = \frac{3}{75} \Rightarrow CV_B = \frac{1}{25}$$

Επιμέλεια: Παπαγεωργίου Γιώργος – Μαθηματικός
Λασκαρίδης Μιχάλης – Μαθηματικός
Μουνδρέας Ανδρέας – Μαθηματικός

Τα θέματα των Μαθηματικών Γενικής Παιδείας είναι καλά διατυπωμένα. Καλύπτουν μεγάλο ποσοστό της ύλης, είναι κλιμακούμενης δυσκολίας και κάποια σημεία απαιτούσαν ιδιαίτερη προσοχή από τους μαθητές.

Παπαγεωργίου Γιώργος – Μαθηματικός
Μουνδρέας Ανδρέας – Μαθηματικός

ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΠΟΜΠΟΥΝ
ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΗ - ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ