

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΕΕ

Θέμα 1°

α)

διάστημα	v_i	K_i	$v_i K_i$	$f_i\%$	$F_i\%$
[2,4)	3	3	9	12	12
[4,6)	6	5	30	24	36
[6,8)	8	7	56	32	68
[8,10)	5	9	45	20	88
[10,12)	3	11	33	12	100
Σύνολο	25		173	100	

$$\beta) \bar{x} = \frac{173}{25} = 6,92 \text{ λεπτά}$$

$$\gamma) 8+5+3=16 \text{ δρομολόγια}$$

$$\delta) \frac{3+6+8}{25} = \frac{17}{25} = 68\%$$

Θέμα 2°

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - x}, & x > 0 \\ -3 + \beta, & x = 0 \\ e^x - \alpha, & x < 0 \end{cases}$$

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x(x^2 - 4x + 3)}{x(x-1)} = \frac{3}{-1} = -3$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - \alpha) = e^0 - \alpha = 1 - \alpha$$

γ) Για να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ θα πρέπει:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \Leftrightarrow -3 = 1 - \alpha \Leftrightarrow \alpha = 4$$

δ) Για να είναι συνεχής για $x=0$ πρέπει

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) \Leftrightarrow -3 = 1 - \alpha = -3 + \beta$$

$$\text{δηλαδή } -3 = -3 + \beta \Leftrightarrow \beta = 0$$

Θέμα 3°

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + kx + \lambda, \quad k, \lambda \in \mathbb{R}$$

α) Θα πρέπει $f'(1)=0$ και $f(1)=0$ δηλαδή για $f'(x)=2x+k$ έχουμε :

$$f'(1)=0 \Leftrightarrow 2+k=0 \Leftrightarrow k = -2$$

$$f(1)=0 \Leftrightarrow 1+k+\lambda=0 \Leftrightarrow 1+(-2)+\lambda=0 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

$$\beta) f''(x) = 2$$

$$\gamma) f(x)+f'(x)+f''(x)=x^2-2x+1+2x-2+2=x^2+1>0 \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

Θέμα 4°

$$f(x) = 10\ln x - 5x^2, x > 0$$

$$\alpha) f'(x) = 10 \frac{1}{x} - 10x = \frac{10}{x} - 10x = \frac{10 - 10x^2}{x} = \frac{10(1-x)(1+x)}{x}$$

$$\beta) f'(x) > 0 \stackrel{x>0}{\Leftrightarrow} 10(1-x)(1+x) > 0 \stackrel{x>0}{\Leftrightarrow} x < 1$$

$$f'(x) < 0 \stackrel{x>0}{\Leftrightarrow} 10(1-x)(1+x) < 0 \stackrel{x>0}{\Leftrightarrow} x > 1$$

άρα

x	0	1	$+\infty$
f'		+	-
f		γνησίως αύξουσα	γνησίως φθίνουσα

Η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα για $x \in (0, 1)$ και γνησίως φθίνουσα για $x \in [1, +\infty)$

γ) Για $x=1$ παρουσιάζει ολικό μέγιστο το $f(1) = 10\ln 1 - 5 \cdot 1^2 = 10 \cdot 0 - 5 = -5$

δ) Επειδή για $x=1$ παρουσιάζει ολικό μέγιστο πρέπει : $f(x) \leq f(1)$ για $x > 0$
δηλαδή $f(x) \leq -5$ για $x > 0$

**Ομάδα μαθηματικών
Εκπαιδευτικού οργανισμού «POMBOΣ»**

Σε σχέση με τις προηγούμενες χρονιές, τα θέματα θεωρούνται δυσκολότερα και αναφέρονται σε καλά προετοιμασμένους μαθητές που πρέπει να έχουν καλύψει σωστά όλη την ύλη τους

Ομάδα μαθηματικών

Εκπαιδευτικού οργανισμού «POMBOΣ»