

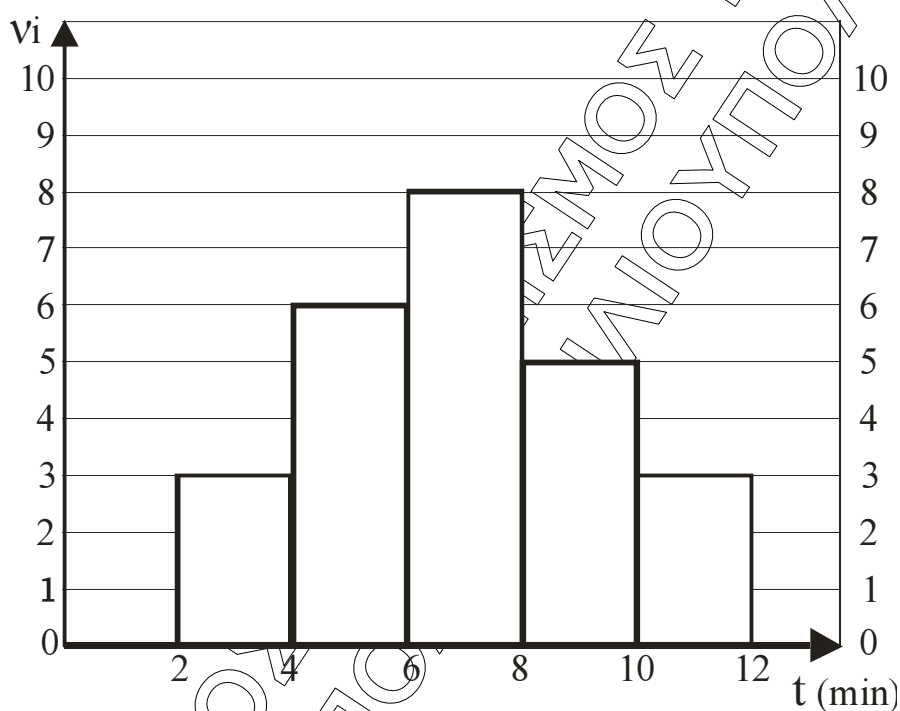
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΤΕΕ

ΤΡΙΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Οι χρόνοι καθυστερήσεων που παρατηρήθηκαν σε 25 δρομολόγια ενός οργανισμού σιδηροδρόμων δίνονται από το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων:



α. Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε με τη βοήθεια του παραπάνω ιστογράμματος συχνοτήτων.

Διάστημα	Συχνότητα v_i	Μέσο διαστήματος K_i	$v_i K_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Σχετική αθροιστική συχνότητα %
[2, 4)					
[4, 6)					
[6, 8)					
[8, 10)					
[10, 12)					
Αθροίσματα					

Μονάδες 10

β. Να βρείτε το μέσο χρόνο καθυστερήσεων των δρομολογίων.

Μονάδες 5

γ. Πόσα δρομολόγια είχαν καθυστέρηση τουλάχιστον 6 λεπτά;

Μονάδες 5

δ. Ποιο είναι το ποσοστό των δρομολογίων που είχαν καθυστέρηση λιγότερο από 8 λεπτά;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση f με:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - x} & \text{αν } x < 0 \\ -3 + \beta & \text{αν } x = 0 \\ e^x - \alpha & \text{αν } x > 0 \end{cases}$$

όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

α. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.

Μονάδες 8

β. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

Μονάδες 4

γ. Να βρείτε την τιμή του α , ώστε να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Μονάδες 8

δ. Για την τιμή $\alpha=4$ να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό β , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x=0$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^2 + kx + \lambda$, $k, \lambda \in \mathbb{R}$.

Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_0=1$ και το σημείο $A(1,0)$ ανήκει στη γραφική της παράσταση,

α. να δείξετε ότι $k=-2$ και $\lambda=1$.

Μονάδες 12

β. να υπολογίσετε τη δεύτερη παράγωγο f'' της f .

Μονάδες 5

γ. να δείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει:

$$f(x) + f'(x) + f''(x) > 0.$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = 10 \ln x - 5x^2$, $x > 0$.

α. Να βρείτε την παράγωγο f' της f .

Μονάδες 5

β. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 8

γ. Για ποια τιμή του x η f παρουσιάζει ακρότατο. Να προσδιορίσετε το είδος του ακροτάτου και να το υπολογίσετε.

Μονάδες 8

δ. Να δείξετε ότι $f(x) \leq -5$, για κάθε $x > 0$.

Μονάδες 4