

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΕΕ 2008

ΘΕΜΑ 1ο

α) Η μέση τιμή είναι :

$$\bar{x} = \frac{8+14+20+12+16}{5} = \frac{70}{5} = 14$$

β) Κατατάσσουμε τους βαθμούς σε αύξουσα σειρά :

8, 12, 14, 16, 20

Η διάμεσος είναι ο τρίτος βαθμός δηλαδή το 14.

γ) Η διακύμανση είναι

$$s^2 = \frac{(8-14)^2 + (12-14)^2 + (14-14)^2 + (16-14)^2 + (20-14)^2}{5} = \frac{36+4+4+36}{5} = \frac{80}{5} = 16$$

Η τυπική απόκλιση είναι $s = \sqrt{16} = 4$

δ) Το εύρος της βαθμολογίας είναι $R = 20 - 8 = 12$

ε) Ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι:

$$CV = \frac{4}{14} \cdot 100 \cong 28,5\%$$

Το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ 2ο

$$\begin{aligned} \alpha) \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x}-1}{\lambda(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\lambda(x-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x}^2-1^2}{\lambda(x-1)(\sqrt{x}+1)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{\lambda(x-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{\lambda(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{2\lambda} \end{aligned}$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{3x-1} = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}$$

$$\gamma) f(1) = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}$$

Για να είναι συνεχής η συνάρτηση στο $x_0=1$ πρέπει :

$$\frac{1}{2\lambda} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2\lambda = 2 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

ΘΕΜΑ 3ο

$$\alpha) f'(x) = (e^{\lambda x})' = e^{\lambda x} (\lambda x)' = \lambda e^{\lambda x}$$

$$f''(x) = (\lambda e^{\lambda x})' = \lambda e^{\lambda x} (\lambda x)' = \lambda^2 e^{\lambda x}$$

$$\beta) f''(x) - f'(x) - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 e^{\lambda x} - \lambda e^{\lambda x} - 2e^{\lambda x} = 0 \Leftrightarrow e^{\lambda x} (\lambda^2 - \lambda - 2) = 0$$

$$\text{Πρέπει: } \lambda^2 - \lambda - 2 = 0$$

$$\Delta = 1 + 8 = 9$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} \begin{cases} \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$$

γ) i) Για $\lambda=2$ έχουμε $f(x)=e^{2x}$
και $f'(x)=2e^{2x}$

αφού $f'(x)>0$ για $x \in \mathbb{R}$ η f είναι γνησίως αύξουσα

ii) Για $\lambda = -1$ έχουμε $f(x)=e^{-x}$
και $f'(x) = -e^{-x}$

αφού $f'(x)<0$ για $x \in \mathbb{R}$ η f είναι γνησίως φθίνουσα

ΘΕΜΑ 4ο

α) $f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 2008 \right)' = \frac{3}{3}x^2 - 4x + 3 + 0 = x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$

β) Κάνουμε πίνακα μονοτονίας

	$-\infty$	1	3	$+\infty$
f'	+		-	+
f		↗	↘	↗
		Τ.Μ	Τ.Ε.	

Για $x_1=1$ έχουμε $f(1) = \frac{1}{3} - 2 + 3 + 2008 = \frac{1}{3} + 2009 = \frac{1}{3} + \frac{6027}{3} = \frac{6028}{3}$

Το τοπικό μέγιστο είναι $(1, \frac{6028}{3})$

Για $x_2=3$ έχουμε $f(3) = \frac{1}{3}3^3 - 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 + 2008 = 9 - 18 + 9 + 2008 = 2008$

Το τοπικό ελάχιστο είναι $(3, 2008)$

δ) Στο διάστημα $[1, +\infty)$ η συνάρτηση f παρουσιάζει ελάχιστο το $f(3)=2008$.

Άρα για $x \in [1, +\infty)$ ισχύει $f(x) \geq f(3)$ δηλαδή $f(x) \geq 2008$

Ομάδα μαθηματικών Εκπαιδευτικού Οργανισμού «POMBOΣ»

ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ

Τα θέματα ήταν πολύ εύκολα συγκριτικά με τα προηγούμενα έτη. Ένας διαβασμένος μαθητής είναι εύκολο να αριστεύσει.

Ομάδα μαθηματικών Εκπαιδευτικού Οργανισμού "POMBOΣ"